数学基礎論若手の会 2016

明治大学清里セミナーハウス

2016 年 10 月 21 日 (金)～23 日 (日)

2016 年 10 月 16 日 最終更新

目次

1 一般情報

会合名:
数学基礎論若手の会 2016

日時:
2016 年 10 月 21 日 (金)~23 日 (日)

会場:
明治大学清里セミナーハウス

ウェブページ:
http://kenshi.miyabe.name/wakate2016/

問い合わせ先:
明治大学理工学部　宮部賢志 (research@kenshi.miyabe.name)

この会合は JSPS 科研費若手研究 (B) 課題番号 26870143「計算可能測度論の基礎理論の構築」(代表：明治大学　宮部賢志) による支援を受けています.

2 参加者

講演者

- 鈴木仁哉（東北大学，D2）
- 石井大海（筑波大学，D1）
- 山浦真生（筑波大学，M1）
- 湛溢洋
- 荒武永史（京都大学，M2）
- 津久浦健太（東邦大学，B3）
- 依田大樹（筑波大学，M2）
- 竹森一成（筑波大学，M2）
- 日野亘（東京大学，M2）

その他の参加者

- 伴睦久（東京大学，D1）
- 井野海（東北大学，M1）
- 高橋瑳翔（神戸大学，M1）
- 薄葉季路（早稲田大学，准教授）
- 中川路玄哉（筑波大学，M2）
- 吉田智哉（立命館大学，B4）
- 山口晋伺郎（筑波大学，M1）
- 谷口雅弥（学習院大学，B3）
- 沖坂祥平（東北大学，D3）
- 福井淳史（筑波大学，M2）
- 合浦岳彦（東京大学，B3）
- 池上大祐（東京電機大学，助教）
- 湯山孝雄（東京工業大学，B3）

スタッフ

- 松浦光（明治大学，B4）
- 坂巻大輝（明治大学，B4）
- 木下僚也（明治大学，B4）
- 光岡優希（明治大学，B4）
- 宮部賢志（明治大学，専任講師）

順不同

3 日程

10 月 21 日 (金)

14:00 – 14:45 日野亘（東京大学）

15:00 – 15:45 荒武永史（京都大学）

16:00 – 16:45 鈴木仁哉（東北大学）

18:00 – 19:00 夕食

20:00 – 22:00 議論（研究者の仕事術）

10 月 22 日 (土)

8:00 – 9:00 朝食

9:00 – 9:45 竹森一成（筑波大学）

10:00 – 10:45 依田大樹（筑波大学）

11:00 – 11:45 湛溢洋

12:00 – 13:00 昼食

13:00 – 16:00 議論

16:00 – 16:30 井野海（東北大学）

16:30 – 17:00 伴睦久（東京大学）

17:00 – 17:30 高橋瑳翔（神戸大学）

18:00 – 19:00 夕食

20:00 – 22:30 宴会

10 月 23 日 (日)

8:00 – 9:00 朝食

9:00 – 9:45 津久浦健太（東邦大学）

10:00 – 10:45 山浦真生（筑波大学）

11:00 – 11:45 石井大海（筑波大学）

4 概要

Varieties of metric and quantitative algebras
日野亘（東京大学，M1）

距離空間上の普遍代数の理論として metric algebra [2, 3] という概念があり、近年では計算機科学の文脈から quantitative algebra [1] という同様の概念が再発見された。ここでは、metric / quantitative algebra のなす variety および quasivariety の閉包性による特徴づけについて解説する。

References

[1] Radu Mardare, Prakash Panangaden, and Gordon Plotkin. Quantitative algebraic reasoning. Proc. LICS 2016, pages 700 – 709, 2016.

[2] V. A. Khudyakov. Quasivarieties of metric algebras. Algebra and Logic, 42(6):419–427, 2003.

[3] N. Weaver. Quasi-varieties of metric algebras. Algebra universalis, 33(1):1–9, 1995.

分類トポスと森田同値
荒武永史（京都大学，M2）

一階述語論理（の適当なフラグメント）で記述された理論（公理系）に対して、分類トポスと呼ばれる圏が構成できる。分類トポスには、理論の syntactic な情報も semantical な情報も融け込んでいる。したがって、分類トポスを通して、ロジックにおける syntax と semantics との関わりを圏論的な方法で調べることが可能になる。この講演の前半では、分類トポスの構成と基本的な性質、および古典的な応用例（完全性定理のトポス理論的言い換え）について概説する。

また、二つの理論の分類トポスが圏同値になるときに、これらの理論は森田同値であるという。講演の後半では、森田同値な理論はどのような意味で「等しい」か、言い換えれば、分類トポスは「理論の不変量」としてどの程度精密か、という問題へのアプローチを試みる。

逆数学の紹介をしようかい
鈴木仁哉（東北大学）

「逆数学」という言葉は, ロジックについて学んでいれば, どこかで耳にすることがあるでしょう. しかし, その内容がどのようなものであるかを専門家あるいは学生から直接聴く機会は, 逆数学を研究しない限りほとんど無いのではないかと思います. そこで, 逆数学がどのような研究分野であるのかを, 気楽に聴けるスタイルで説明します. 細かい部分には立ちいらず, 大局的な視点に立ち, 基本的なことがら (二階算術およびその部分体系, 具体的には RCA_0, WKL_0, ACA_0) から最近の流行 (Ramsey の定理 RT^2_2 の逆数学など) までを紹介する予定です.

議論（研究者の仕事術）

数学基礎論の研究者の仕事の仕方について，情報交換を行おう．次のようなテーマを考えている．

- 好き，得意，流行の優先順位
- 研究時間の確保
- 指導教員との人間関係
- 情報検索の仕方
- 発表の仕方

Stability for modules

竹森一成（筑波大学，M2）

Let R be a (possibly non-commutative) ring with 1. An R module

$$\mathfrak{M} = (M, 0, +, -, r)_{r \in R}$$

is an abelian group $(M, 0, +, -)$ together with operations $r : M \to M$ for every ring element $r \in R$ which satisfies certain axioms. We formulate the axioms in the language $L_{Mod(R)} = L_{AbG} \cup \{r | r \in R\}$. The theory $\mathsf{Mod(R)}$ of R-modules consists of

- AbG
- $\forall x, y \; r(x+y) = rx + ry$
- $\forall x \; (r+s)x = rx + sx$
- $\forall x \; (rs)x = r(sx)$
- $\forall x \; 1x = x$

for all $r, s \in R$. Then $\mathsf{Infset} \cup \mathsf{Mod(R)}$ is the theory of all infinite R-modules. A complete theory of R-modules has pp-elimination, i.e., for every ring R and any R-module M, every $L_{Mod(R)}$-formula is equivalent (modulo the theory of M) to a Boolean combination of positive primitive formulas. And this theory is stable.

References

[1] 坪井明人: 「モデルの理論」, 河合文化研究所.

[2] K.Tent, M.Ziegler: 「A Course in Model Theory」, Cambridge University press.

[3] M.Prest: 「Model Theory and Modules」, Cambridge University press.

安定性と独立概念について

依田大樹（筑波大学，M2）

本講演では, モデル理論の立場から, ある理論 T のモデルの上に抽象的な「独立」概念を定義する. この独立概念は, 例えば T としてベクトル空間の理論などを持ってくると, 既存の線形独立という概念と一致する. これを定義するために以下のことを順を追って簡単に紹介していく.

- 無矛盾な論理式の集合である「タイプ」について.
- 理論 T が安定 (stable) であるということ.
- タイプの非分岐拡大 (non-forking extension) とランク.
- 独立概念の対称性と推移性.

タイプはモデル理論において基本的な概念である. 理論 T が安定であるとは, このタイプが「あまり多くない」事として特徴づけられる. そしてタイプの非分岐拡大を考えることによって独立性が定義できるのであるが, T が安定という条件下ではこの独立概念に対称性と推移性が成り立つことを見ていく. また, 安定性や非分岐拡大を特徴付ける上で重要となってくるタイプのランクについても解説いしていく.

Hrushovski's Stabilizer theorem and the S1 property

湛溢洋

安定群の理論ではタイプ p の安定化部分群 Stab(p) が重要な役割を果たす。しかし安定性を仮定しない一般の場合に Stab(p) が存在するとは限らない。Hrushovski はこのような一般の定義可能群についてタイプ p にある条件を課した上で安定群の Stab(p) に類似の部分群が存在することを示した。このときの条件に S1 性という概念が現れる。今回の講演では Hrushovski の定理を紹介すると同時に S1 性という新しい概念の射程の広さを示したい。

PA の超準モデルとその順序構造について.

井野海（東北大学，M1）

On the use (and abuse) of Logic in Game Theories

伴睦久（東京大学，D1）

公理的集合論における無限組み合わせ論や強制法の基礎

高橋瑳翔（神戸大学，M1）

Cardinal Arithmetic と pcf 理論

津久浦健太（東邦大学，B3）

連続体仮説が ZFC 上独立であるという結果から基数のべきの濃度は決定不可能であることが知られている．しかし,König の定理のようにべきに関して ZFC から証明できる事実もいくつか存在しており, そのような基数のべきの振る舞いを調べる Cardinal Arithmetic という分野がある.

基数のべきを調べるには gimel 関数と呼ばれる $\kappa^{cf(\kappa)}$ の値を調べれば良いことが知られており, かつ正則基数のべきについて ZFC から証明できる事実は実質わずか 2 つしかないということも知られている.
つまりあとは特異基数の gimel 関数を調べれば良い.

Shelah はこれを調べるため pcf 理論と呼ばれる理論を作り, 特異基数の gimel 関数の値には上界が存在することを示した:

$$\aleph_\omega^{\aleph_0} < \aleph_{\omega_4} + (2^{\aleph_0})^+$$

本発表では pcf 理論とこの証明の概略を与えたいと思う.

巨大基数と NS イデアルの precipitousness

山浦真生（筑波大学，M1）

巨大基数とは ZFC からは存在が証明できないほど大きい基数のことである。それらは命題の無矛盾性をはかる指標となっている。いくつかの巨大基数はある性質を持つフィルターまたは初等埋め込みの存在で定義できるが、それを一般化したものを考えることが出来る。そこで重要となるのがイデアルのプレシピタスネスという性質であり、これからジェネリック初等埋め込みが誘導される。この講演では代表的なイデアルがプレシピタスとなるかをみる。

Sweet Forcing について

石井大海（筑波大学，D1）

古くから知られている実数の集合の性質として、Lebesgue 可測性と Baire の性質が挙げられる。両者は共に 0-1 則や Fubini の定理など非常に似通った性質を持つものと考えられていたが、集合論的な観点からは大きな隔たりがあることが明らかになっている。実数をパラメータに用いて定義可能な実数の集合を射影集合というが、「任意の射影集合が Lebesgue 可測性を持つ」という命題は、無矛盾性の意味で ZFC よりも真に強いのに対し、「任意の射影集合が Baire の性質を持つ」という命題の無矛盾性は ZFC の枠内に収まる。本講演では、後者の ZFC に対する無矛盾性の証明のために Shelah が考案した、Sweet Forcing と呼ばれる種類の強制法について述べる。
