ゲーム論的確率論における確率変数の収束と大数の法則の収束速度 (概要)

宮部賢志, 竹村彰通

ゲーム論的確率論では，Forecaster，Skeptic，Reality の 3 人のプレイヤーによるゲームを考え，Skeptic が勝利戦略を持つ事を示す事で，確率に関する命題を証明する．公理主義的確率論よりも証明が単純になる事が多く，独立ではない場合の解析に有用である．

級数の収束の必要十分条件の問題を考える．公理的確率論において，独立の場合には三級数定理が知られており，独立ではない場合にはそのような条件は存在しないことが知られていた．本論文では，その非存在の主張をゲーム論的確率論の枠組みで，強い形で示した．

次に大数の法則の収束速度の問題を考える．公理的確率論において，独立同分布の場合には Hartman と Wintner による重複対数の法則により完全に解決されている．一方，同分布ではない場合の Kolmogorov による重複対数の法則では，確率変数の取りうる範囲に条件が付けられている．本論文ではゲーム論的確率論の枠組みで，独立ではない場合の大数の法則の収束速度を考えた．上記の条件が存在しないため異なる収束速度となる．

ゲーム論的確率論において Skeptic の勝利戦略の存在は，「ほとんど確実にある性質が成り立つ」という主張に相当する．一方，Reality の勝利戦略の存在は，「ある性質を満たす確率が存在する」という主張に相当する．上記の収束速度の限界を与えるためには，ある場合には Skeptic に勝利戦略が存在し，それ以外の場合には Reality に勝利戦略が存在することを示す必要がある．しかしゲーム論的確率論では Reality の勝利戦略を具体的に与える事は難しく，特殊な場合を除いて存在だけが知られていることが多かった．本論文では Reality の勝利戦略を具体的に与える統一的な方法を与えた．この方法は他の様々な問題にも適用可能で，ゲーム論的確率論への重要な貢献になると思われる．