

数学とはどんな学問か

宮部賢志 明治大学数学科

2017年12月6日(水)
明治高校, 高大連携講座

数学者と呼ばれる人たち

数学の研究とは何をするのか

「数学の研究をしています」と言った時の反応.

- 数学がよくできるんですね
- 数学はどこどこで分からなくなった
- 数学は大事だし，数学ができる人を尊敬する
- 数学者には初めて会った．数学の研究とは何をすることなのか？

数学は社会においてどんな役割を果たしているのか.
数学とはどんな学問なのか.



結び目

微分幾何

カオス

フラクタル

グラフ

トポロジー

幾何

複素解析

微分方程式

組み合わせ

代数幾何

微積分

流体

測度論

整数論

代数

線型代数

解析

確率論

暗号

計算機科学

離散最適化

統計学

群・環・体

数理論理学

金融

経済

圏論

モデル論

集合論

証明論

計算論

計量

数値計算

大学教員の生活

- 研究
- 教育
- 運営

教育＝授業やゼミ

数学のゼミ

＝輪講

＝「学生が1冊の本を分担して読んで説明する」

数学の教科書を正しく読むための訓練をする。

研究

- (i) 本・論文・講演などで情報収集
- (ii) 問題を見つけて解く
- (iii) 論文にまとめる



数学の研究はどこでもできる

佐藤幹夫先生の言葉.

朝起きた時に、きょうも一日数学をやるぞと
思ってるようでは、とてもものにならない. 数学
を考えながら、いつのまにか眠り、朝、目が覚め
たときは既に数学の世界に入っていなければなら
ない. どの位、数学に浸っているかが、勝負の分
かれ目だ. 数学は自分の命を削ってやるようなも
のなのだ.

論文とは

Rényi の言葉と Erdős が伝えている。

A mathematician is a machine for turning coffee into theorems.

数学者はコーヒーを定理に変える機械である。

論文—新規性，有効性，信頼性

査読により確認。専門家 2,3 人により半年から 1 年くらい。

数学の役割

現実世界

数学の世界

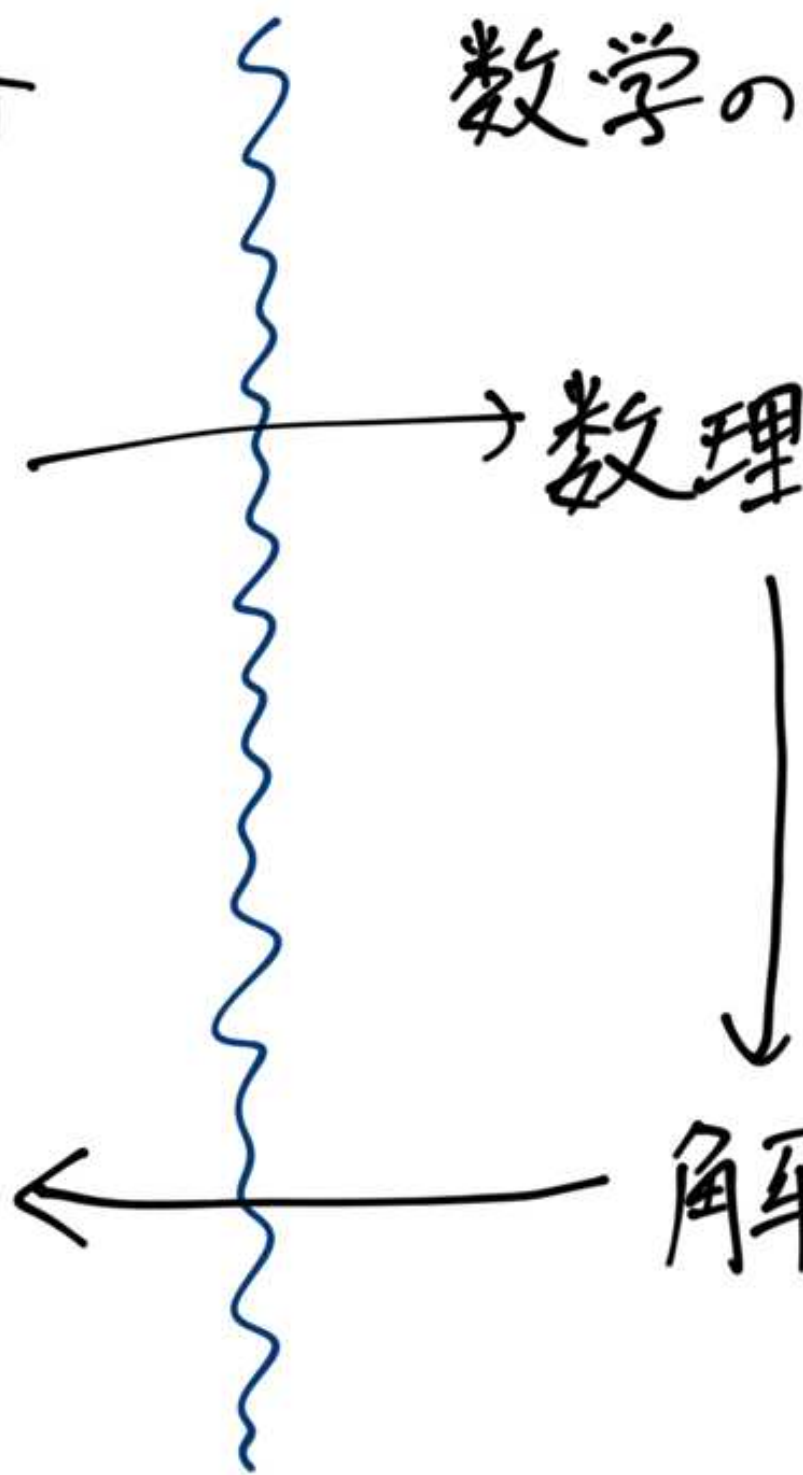
現象

数理モデル

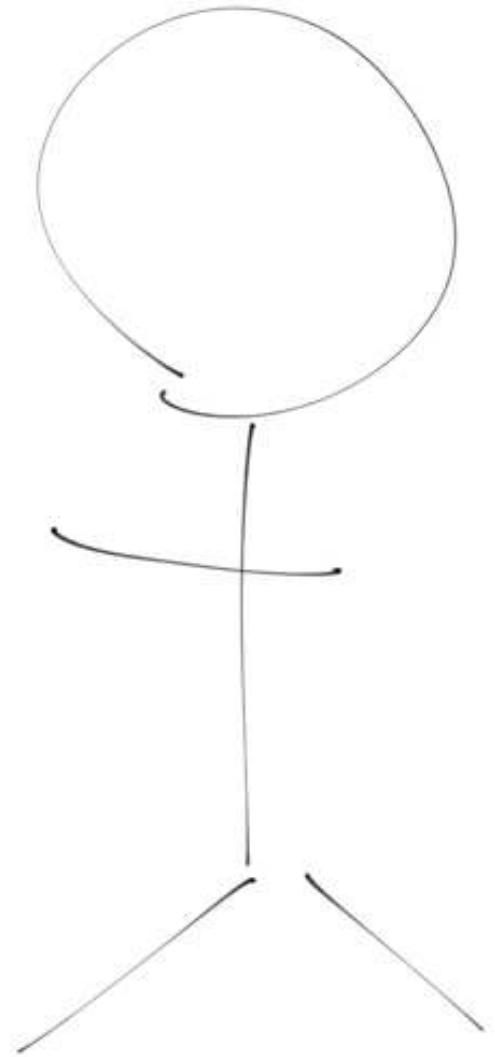
予測

解

解く

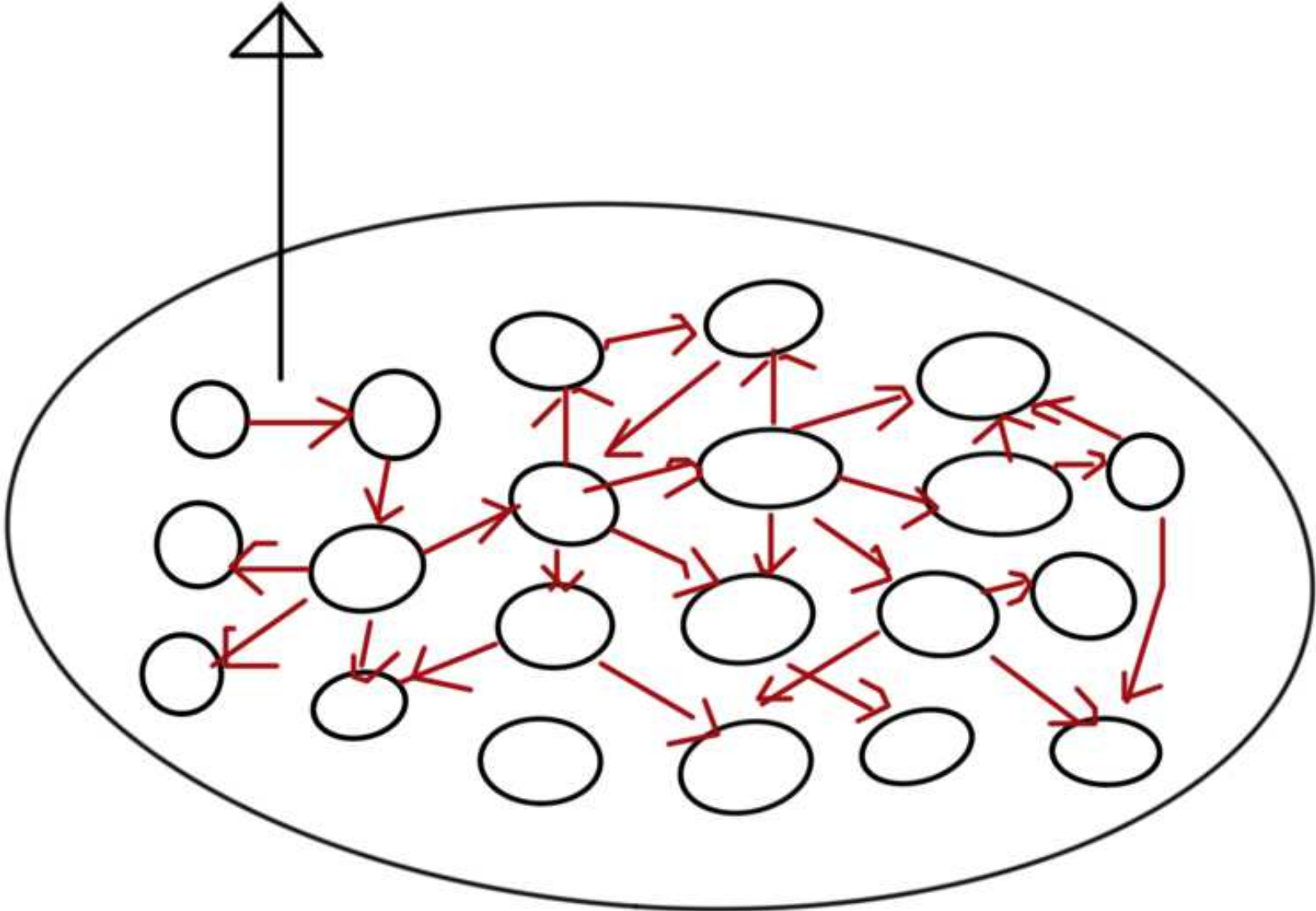


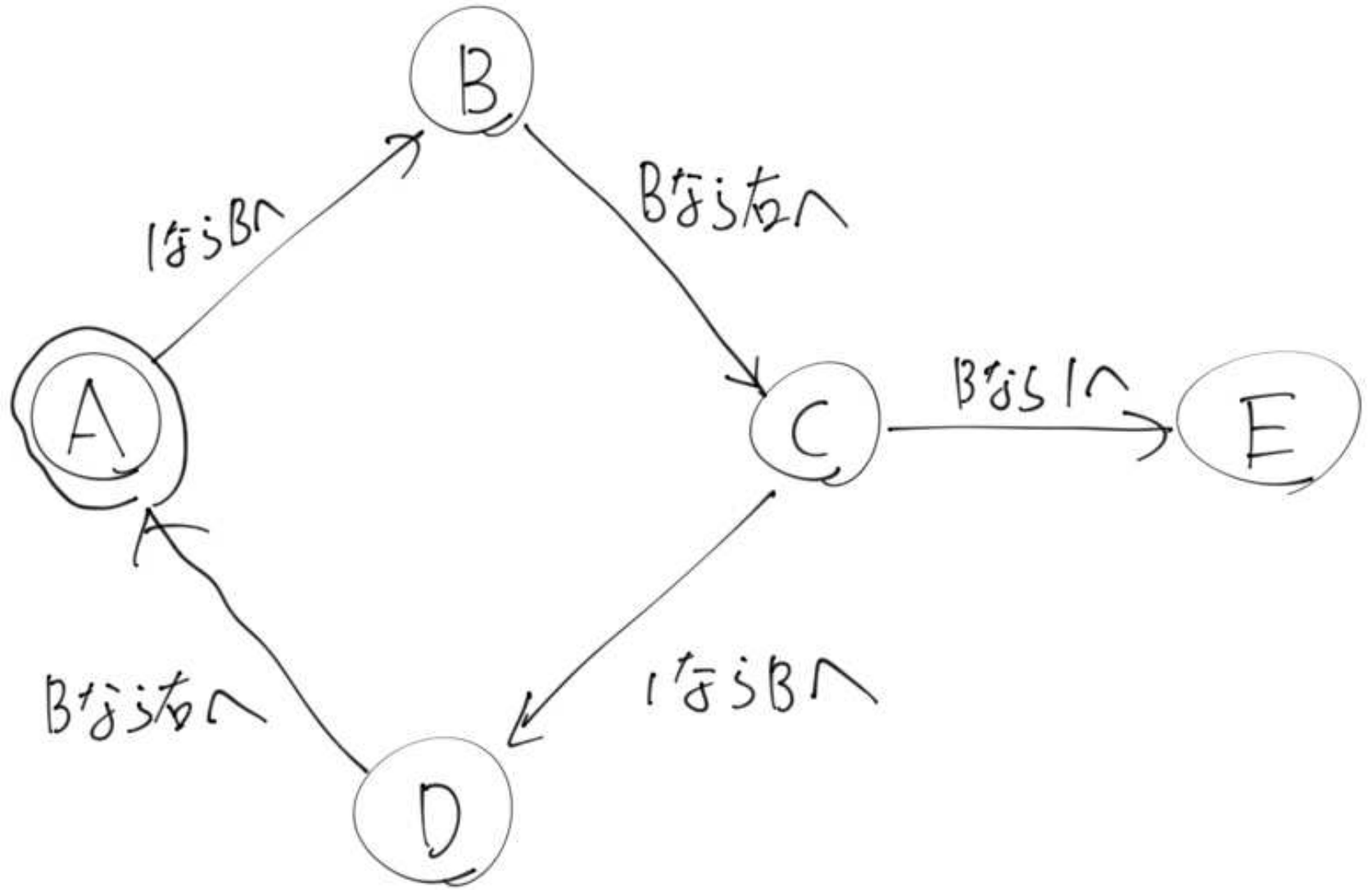
1 2 3 4 5



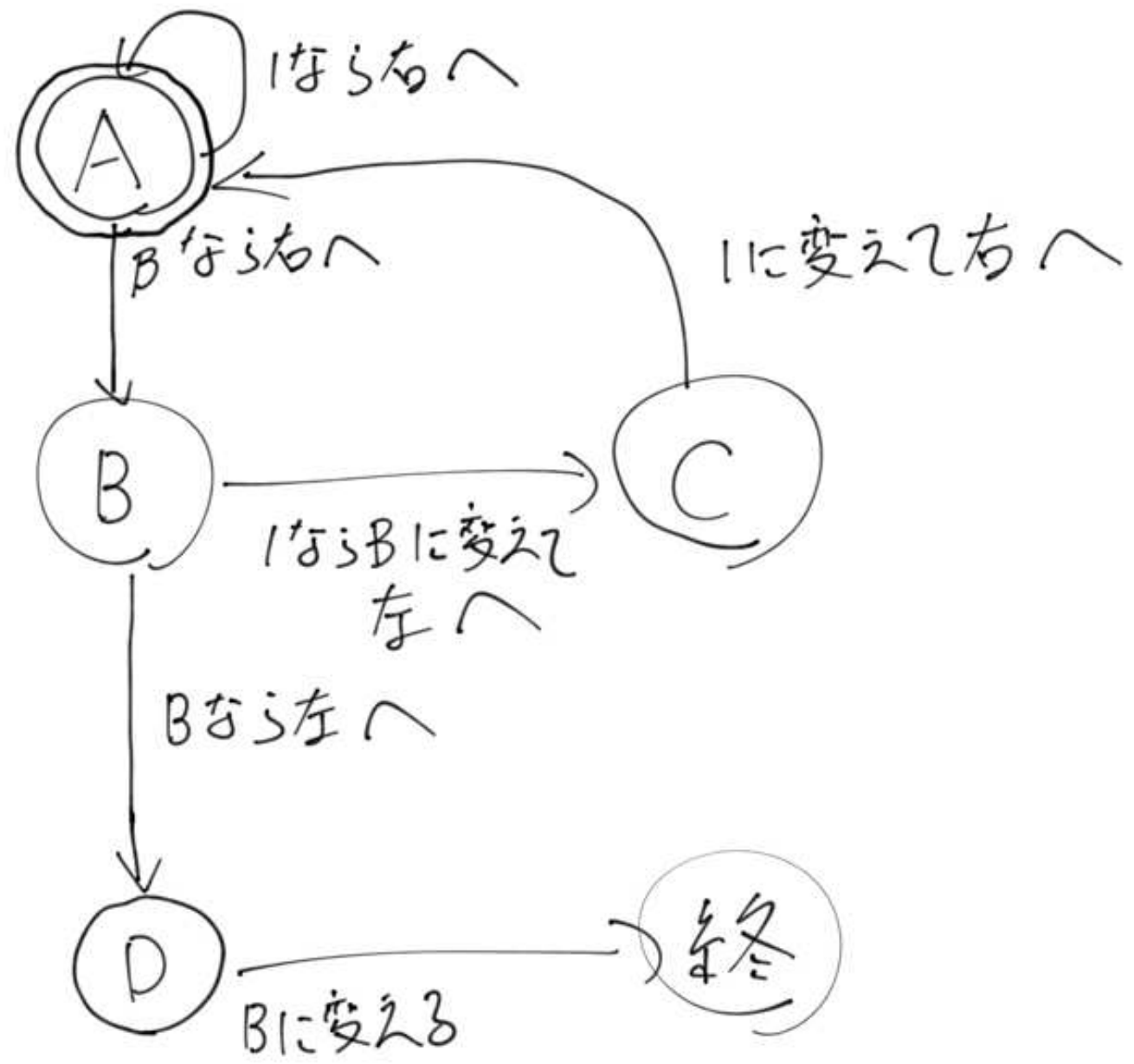
Turing 機械

1 1 1 B 1 1 . . .





足算



万能機械の存在

どんな Turing 機械をも模倣することができる Turing 機械を**万能機械**と呼ぶ。

定理 1 (Turing 1936). 万能機械が存在する。

現在の計算機へ

ディオファントス方程式

ディオファントス方程式

$$3x + 5y = 1$$

のような整数係数の多変数方程式の整数解を求める問題.
 $ax + by = 1$ という形の方程式は拡張ユークリッド互除法
で、高速に解が求まる.

フェルマーの最終定理

n を 3 以上の整数として,

$$x^n + y^n = z^n$$

という方程式の自然数の組の解は存在しない。

フェルマーの最終定理と呼ばれて 300 年以上未解決だった問題。

1995 年にワイルズが証明した。

ディオファントス方程式には解が存在しないこともありうる。

ヒルベルトの第 10 問題

与えられた任意のディオファントス方程式に対して、解が存在するかどうかを判定し、存在するならばその解を与える、アルゴリズムを与えよ。

1900 年に国際数学会議で、20 世紀に数学者が取り組むべき問題として、23 個の問題を提示している。その第 10 番目の問題。

ヒルベルトは、そのようなアルゴリズムは存在するはずだと考えていた。

証明するには？

アルゴリズムが存在することを証明するには，具体的なアルゴリズムを与えれば良い。

アルゴリズムが存在しないことを証明するには，まずアルゴリズムとは何かを数学的に定義する必要がある。

1936年の Turing の論文で，計算可能関数の定義，万能機械の存在，計算不可能な関数の存在が示される。

1970年に，マチャセビッチ，ロビンソン，デイビス，プットナムらの研究により，一般のディオファントス方程式を解くアルゴリズムは存在しないことが示される。

現在の計算機へ

1930s- Turing, Church, Kleene らによる計算可能関数の研究

1940s- von Neumann らによりプログラム内蔵型計算機の開発

その後 計算機の高速度化
一般の人が計算機を使うようになるまでに 50 年以上かかった。

Turingの功績

- (i) 万能機械の存在
- (ii) エニグマの解読
- (iii) Turing パターンの研究

エニグマとは第二次世界大戦時にナチス・ドイツで使われていた暗号機。イギリス政府はその暗号解読のため Turing ら数学者をブレッチリー・パークに集め、極秘に暗号解読に取り組んだ。Bombe の開発により、戦争終結を数年早めたと言われる。大戦後も極秘とされていて、公にされたのは最近のこと。『イミテーションゲーム』という映画参照。

Turing パターンは、魚の縞模様などが反応拡散方程式という微分方程式で表されること。

最後に

学問の研究は社会に大きな影響を与える。

大学は研究する機関。

会社でも研究が必要。

大学で研究という営みをわずかでも経験して社会に出て
もらいたい。

終わり

ありがとうございました

